Размерный эффект в растворах наночастиц

Решение

1. Концентрация наночастиц на дне сосуда будет какое-то время убывать из-за диффузии наночастиц в воде (график В на рис.2). Это будет происходить до тех пор, пока сила тяжести, действующая на наночастицы, не уравновесит движущую силу диффузии. Как только это произойдет, концентрация наночастиц перестанет изменяться со временем. На уровне h изменение концентрации со временем будет происходить в соответствии с графиком Д на рис.2 по тем же причинам.

2. Запишем выражение для концентрации частиц на определенной высоте, выражая массу частицы через ее диаметр:

$$m = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = \rho \frac{4\pi}{3}\left(\frac{D}{2}\right)^3 = \rho \frac{4\pi}{3\cdot 8} D^3 = \rho \frac{\pi}{6} D^3.$$

Учитывая, что, поскольку $ln\left(\frac{c_h}{c_0}\right) = -\frac{mgh}{kT}$, то $\frac{c_h}{c_0} = exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$.

Для концентрации частиц на заданной высоте: $c_h = c_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) = c_0 exp\left(-\frac{\rho\pi D^3 gh}{6kT}\right)$.

Отсюда, для частиц, обладающих разными диаметрами D_1 и D_2, получается, соответственно:

$$c_{1,h} = c_0 exp\left(-\frac{\rho\pi {D_1}^3 gh}{6kT}\right),$$

и

$$c_{2,h} = c_0 exp\left(-\frac{\rho\pi {D_2}^3 gh}{6kT}\right).$$

откуда:

$$\frac{c_{1,h}}{c_{2,h}} = \frac{exp\left(-\frac{\rho\pi {D_1}^3 gh}{6kT}\right)}{exp\left(-\frac{\rho\pi {D_2}^3 gh}{6kT}\right)} = \exp\left(-\frac{\rho\pi gh}{6kT}\left({D_1}^3 - {D_2}^3\right)\right) = exp\left(\frac{\rho\pi gh}{6kT}\left({D_2}^3 - {D_1}^3\right)\right),$$

что для диаметров 1 микрон и 10 нм даст

$$\frac{c_{1\,\text{микрон},h}}{c_{10\,\text{нм}h}} = exp\left(\frac{19300\,\frac{кг}{м^3}\cdot\pi\cdot 9.81\,\frac{м}{с^2}h}{6\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{Дж}{К}\,298\,К}\left((10^{-8}\text{ м})^3 - (10^{-6}\text{ м})^3\right)\right) \approx exp\left(\frac{6\cdot 10^5\cdot h}{2.5\cdot 10^{-20}}\cdot -10^{-18}\right) \approx exp(-2.5\cdot 10^7\cdot h)$$

Это означает, что в равновесии, на любой практически значимой высоте концентрация частиц диаметром 1 микрон пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией частиц диаметром 10 нм.

3. Учитывая, что по условию $c_h = \frac{c_0}{2}$, а масса частицы, выраженная через ее диаметр $m = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = \rho \frac{\pi}{6} D^3$, запишем уравнение для концентрации частиц:

$$ln\left(\frac{c_h}{c_0}\right) = ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{mgh}{kT} = -\frac{\rho\pi D^3 gh}{6kT},$$

откуда

$$h = -\frac{ln\left(\frac{1}{2}\right)6kT}{\rho\pi D^3 g},$$

что после подстановки значений дает

$$h = -\frac{ln\left(\frac{1}{2}\right)\cdot 6\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\,\frac{Дж}{К}\,298\;К}{19300\,\frac{кг}{м^3}\cdot\pi\cdot(10^{-8}\;м)^3\cdot 9.81\,\frac{м}{с^2}} \approx 0.03\text{ м},$$

т.е. приблизительно 3 см.