

Математика – школьники. Задача 12* «Занимательная стереометрия – от Платоновых тел к фуллеренам и нанотрубкам» (повышенной сложности).

«Геометрия приближает разум к истине»
Платон

Геометрия и размер фуллера. Фуллерен **A** имеет структуру, которая получается при срезании всех вершин некоторого правильного выпуклого многогранника **M** (см. рис. 1) так, что все новые грани представляют собой правильные многоугольники.

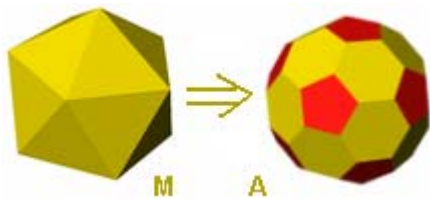


Рис. 1. Многогранник **M** является Платоновым телом и имеет 30 ребер, 12 вершин, 20 граней.

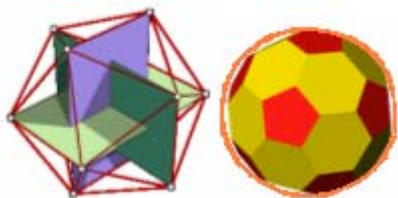


Рис. 2.

1. Исходя из приведенных данных, выведите формулу фуллера **A**, общее количество ребер и граней, число пяти- и шестиугольных граней **A**. Приведите расчет. (1 балл)

2. В фуллеренах каждый атом углерода соединен с соседними атомами одной π -связью и 3 σ -связями. Сколько π -связей и сколько σ -связей содержит молекула **A**? Приведите расчет. (1 балл)

3. Размер наночастиц играет важную роль в их способности проникать в биологические объекты. Используя только приведенные данные и школьную тригонометрию, рассчитайте размер фуллера **A**. Принять длину всех C-C связей, равной как в графите, 0,142 нм, размерами атомов пренебречь. Для расчета рассмотреть систему 3-х взаимно перпендикулярных прямоугольников, опирающихся на ребра икосаэдра (см. рис. 2), размером молекулы считать диаметр описанной вокруг **A** сферы. (5 баллов)

молекулы считать диаметр описанной вокруг **A** сферы. (5 баллов)

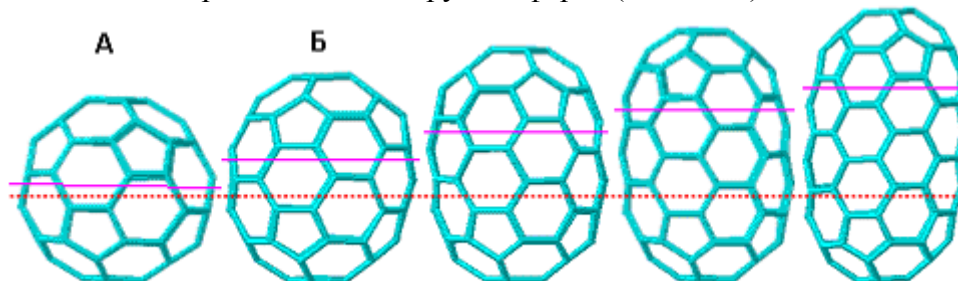


Рис. 3. Конструирование нанотрубки из фуллера **A**. В торцах молекул находятся пятиугольные грани.

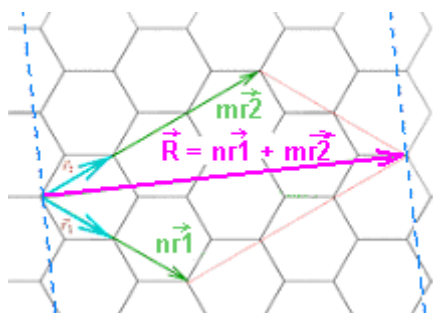


Рис. 4. Нанотрубка как свернутый лист графита. Для получения нанотрубки (**n**, **m**), графитовую плоскость надо разрезать по пунктирным линиям и свернуть вдоль направления вектора **R**. В этом примере **n = 2 m = 3**.

От фуллера к нанотрубкам. Из фуллера **A** возможно вырастить другие «родственные» фуллерены и нанотрубки. Для этого в экваториальную плоскость молекулы **A** последовательно «встраивают» слои углерода, содержащие необходимое количество атомов (см. рисунок 3).

4. Рассчитайте формулу фуллера **B**. (1 балл)
Выведите общую формулу приведенного гомологического ряда. (1 балл)

5. Можно условно считать, что первый фуллерен, для которого выполняется условие $L > 100 \cdot D$, является самой короткой нанотрубкой (обозначим ее как **X**). Рассчитайте формулу **X**. Принять, что диаметр молекул при переходе от **A** к **X** не изменяется и длины всех связей одинаковы. (3 балла)

Свойства нанотрубок. Стенка любой нанотрубки является свернутым вдоль направления вектора \mathbf{R} листом графита. \mathbf{R} равен векторной сумме $\mathbf{n} \mathbf{r}_1$ и $\mathbf{m} \mathbf{r}_2$ (\mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 задают ячейку графита, \mathbf{n} и \mathbf{m} – численные коэффициенты, рис. 4).

Различают следующие типы нанотрубок:

- «зубчатые», $\mathbf{n} = \mathbf{m}$
- зигзагообразные, $\mathbf{m} = 0$ или $\mathbf{n} = 0$
- спиральные или хиральные нанотрубки (все остальные значения \mathbf{n} и \mathbf{m})

Если для трубки $2\mathbf{m} + \mathbf{n} = 3\mathbf{k}$, где \mathbf{k} – целое число, то трубка имеет металлическую проводимость, иначе – полупроводник.

6. Найдите (\mathbf{n}, \mathbf{m}) и определите тип нанотрубки \mathbf{X} . Какой будет ее проводимость? (3 балла)

Методические замечания:

1. Задача решается в рамках знаний школьной программы и в рамках здравого смысла
2. Если Вам незнакомы какие – либо термины, Вы можете спросить об этом преподавателей в специальном разделе форума <http://www.nanometer.ru/forum/viewforum.php?f=19> или найти ответ самостоятельно (в том числе изучив доступные Вам Лекции на сайте Олимпиады <http://www.nanometer.ru/lectures.html?UP=156195>)
3. Решение оформляется и отсылается только в электронном виде, как описано в инструкциях к работе с задачами и решениями заочного теоретического тура, приведенных в разделе «Олимпиада» http://www.nanometer.ru/olymp2_o4.html
4. Подписывать решения не надо, Ваша фамилия, имя и отчество будут зашифрованы при проверке, идентификация для системы проверки производится по логину и паролю, который Вы вводите при входе на сайт Олимпиады www.nanometer.ru в качестве участника (этот пароль Вы задавали при регистрации и заполнении анкеты участника).