

Физика – школьники. Задача 8 «Волны де Бройля» (базовая).

Условие:

Однажды двое юных друзей-нанотехнологов задались простым, на первый взгляд, вопросом: как связана частота волны де Бройля ω свободной частицы с волновым вектором k ? Они решили вывести нужную формулу, но каждый из них действовал своим способом.

Первый рассуждал так. Запишем известную формулу связи (циклической) частоты с периодом: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Выразим период через длину волны и скорость: $T = \frac{\lambda}{v}$. Получается:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{\lambda} \quad (1)$$

Далее применим соотношение де Бройля для импульса и длины волны: $\lambda = \frac{h}{p}$. Подставим

это в (1), после чего учтём, что $h = 2\pi\hbar$, и умножим числитель и знаменатель дроби на массу частицы m . Затем применим определение импульса $\vec{p} = m\vec{v}$ и связь импульса с волновым вектором $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. Получается цепочка равенств:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{\lambda} = \frac{2\pi v p}{h} = \frac{p v}{\hbar} = \frac{p m v}{\hbar m} = \frac{\hbar^2 k^2}{\hbar m} = \frac{\hbar k^2}{m}, \quad (2)$$

что и является искомой связью.

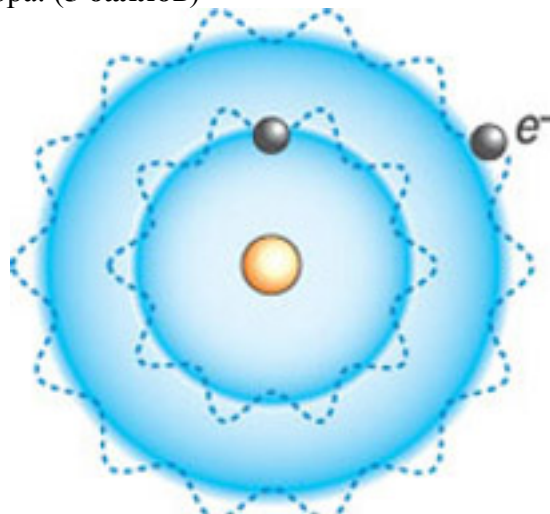
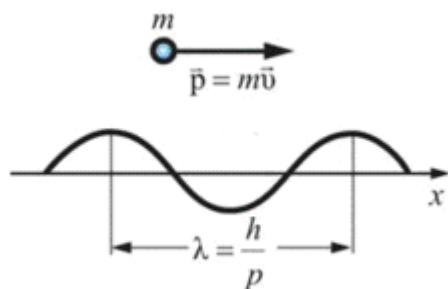
Второй друг рассуждал по-другому. Энергия и частота связаны соотношением $E = \hbar\omega$. Энергия в случае свободной частицы равна $E = \frac{mv^2}{2}$, а импульс равен $\vec{p} = m\vec{v}$.

Из двух последних равенств получаем, что $E = \frac{p^2}{2m}$. Учитывая, что $p = \hbar k$, имеем:

$\hbar\omega = E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. Отсюда следует ответ:

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} \quad (3)$$

К удивлению друзей, их результаты (2) и (3) отличаются в 2 раза. Почему? Найдите ошибку в рассуждениях (или ошибки, если их несколько) и выведите правильную формулу для связи частоты и волнового вектора. (5 баллов)



Методические замечания:

1. Задача решается в рамках знаний школьной программы и в рамках здравого смысла
2. Если Вам незнакомы какие – либо термины, Вы можете спросить об этом преподавателей в специальном разделе форума <http://www.nanometer.ru/forum/viewforum.php?f=19> или найти ответ самостоятельно (в том числе изучив доступные Вам Лекции на сайте Олимпиады <http://www.nanometer.ru/lectures.html?UP=156195>)
3. Решение оформляется и отсылается только в электронном виде, как описано в инструкциях к работе с задачами и решениями заочного теоретического тура, приведенных в разделе «Олимпиада» http://www.nanometer.ru/olymp2_o4.html
4. Подписывать решения не надо, Ваша фамилия, имя и отчество будут зашифрованы при проверке, идентификация для системы проверки производится по логину и паролю, который Вы вводите при входе на сайт Олимпиады www.nanometer.ru в качестве участника (этот пароль Вы задавали при регистрации и заполнении анкеты участника).