

Физика наносистем и наноструктур (студенты, аспиранты, молодые ученые).

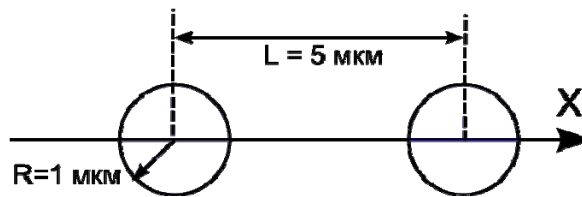
Задача 3 «Парадоксы микрогидродинамики в оптическом пинцете» (базовая).

На масштабах в несколько микрометров даже привычные и наглядные гидродинамические соображения могут не работать, поэтому, если в ходе решения у Вас получится парадоксальный результат – не удивляйтесь!

Одной из сфер применения оптического пинцета является изучение *микрогидродинамических взаимодействий*. Рассмотрим две одинаковые микросферы диоксида кремния ($R = 1 \text{ мкм}$), плавающие в воде (динамическая вязкость $\eta = 0.001 \text{ Па}\cdot\text{с}$). Частицы захвачены в две независимые оптические ловушки с одинаковыми жесткостями ($k = 10 \text{ пН/мкм}$) на расстоянии $L = 5 \text{ мкм}$ между положениями равновесия (центрами ловушек). Каждая из частиц броуновски колеблется в своей ловушке. В ходе эксперимента регистрируется кросс-корреляционная функция случайных смещений частиц, определенная следующим образом:

$$B_{12}(\tau) = \langle x_1(t)x_2(t+\tau) \rangle_t$$

где x_1 – смещение первой частицы вдоль оси X из положения равновесия в первой оптической ловушке, x_2 – соответствующее смещение второй частицы. Скобки « $\langle \dots \rangle$ » обозначают усреднение по времени.



Гидродинамическое взаимодействие частиц определяется тензором Осина (Oseen tensor), который имеет вид:

$$H_{nm}(r) = \frac{1}{\gamma}; \quad H_{nm}(r) = \frac{3}{4\gamma}(I + \frac{r r}{r^2}),$$

где $\gamma = 6\pi R\eta$ – коэффициент вязкого трения, r – вектор, направленный от центра одной частицы к центру другой, I – единичная матрица. Уравнение движения n -ой ($n=1,2$) частицы имеет вид:

$$\frac{dr_n}{dt} = \sum_{m=1}^2 H_{nm}(r_n - r_m)[-kr_m + f_m(t)]$$

Корреляционные свойства случайных флуктуационных сил следующие:

$$\langle f_m(t) \rangle = 0; \quad \langle f_m(t)f_m(t+\tau) \rangle = 2H_{mm}^{-1}k_B T \delta(\tau)$$

Определить вид кросс-корреляционной функции смещения частиц. (5 баллов)

Объяснить физическую причину такой зависимости. (2 балла)

Чем определяется характерное время корреляции (антикорреляции) смещений частиц, получить численные значения? (3 балла)

Чему равна максимальная корреляция (антикорреляция)? (2 балла)

Методические замечания:

1. Задача решается в рамках базовых знаний и здравого смысла
2. Вопросы можно задать в специальном разделе форума <http://www.nanometer.ru/forum/viewforum.php?f=19> или найти ответ самостоятельно (в том числе изучив доступные Вам Лекции на сайте Олимпиады <http://www.nanometer.ru/lectures.html?UP=156195>)
3. Решение оформляется и отсылается только в электронном виде, как описано в инструкциях к работе с задачами и решениями заочного теоретического тура, приведенных в разделе «Олимпиада» http://www.nanometer.ru/olymp2_o4.html
4. Подписывать решения не надо, Ваша фамилия, имя и отчество будут зашифрованы при проверке, идентификация для системы проверки производится по логину и паролю, который Вы вводите при входе на сайт Олимпиады www.nanometer.ru в качестве участника (этот пароль Вы задавали при регистрации и заполнении анкеты участника).