

## Заочная наноолимпиада по математике 2010.

**Задача 1.** Наноболочка представляет собой сверхмалый кварцевый шарик, покрытый слоем золота. Предположим, что радиус этого шарика равен  $r$  и что покрытие, возможно, имеет "пробелы". Покрытые точки назовём золотыми, не покрытые - простыми. Докажите, что если  $R < r\sqrt{3}$ , то существуют хотя бы 2 точки одного цвета, лежащие друг от друга на расстоянии  $R$ . (Расстояние измеряется в пространстве).

**Доказательство.** Рассмотрим лежащий на поверхности равносторонний треугольник со стороной  $R$ . Хотя бы две его вершины имеют один и тот же цвет.

Остаётся заметить, что равносторонний треугольник лежащий на поверхности шара будет иметь большую сторону, если он находится на диаметральном сечении. По теореме синусов сторона такого треугольника равна

$$R = 2r \sin 60^\circ = \sqrt{3}r.$$